

Hochschule Aalen

Studiengang Industrial Management (M.Eng.)

Modul Ingenieurwissenschaften

Fach: Mathematische Modellbildung für Technik und Wissenschaft

Studienarbeit

Untersuchung der Korrelation zwischen regionaler "Globalstrahlung" und lokaler Sonnenscheindauer

-Ein statistisches Modell-

Eingereicht bei:

Herrn Prof. Dr. Ulrich Holzbaur

Von:

Rolf Ulsamer

Kiefernweg 6

73430 Aalen

Mat.Nr.: 14042

Abgabetag:

03. April 2013

Inhalt

| | |
|----------------------------------------------------------------------|------------|
| INHALT..... | I |
| ABBILDUNGSVERZEICHNIS..... | III |
| TABELLENVERZEICHNIS..... | IV |
| 1. EINLEITUNG | 1 |
| 1.1 Gegenstand der Arbeit | 1 |
| 1.2 Zielsetzung | 2 |
| 1.3 Modellbildungskontext..... | 3 |
| Reales Problem | 3 |
| Modelle des Problems | 3 |
| Mathematische Lösungen | 4 |
| Problemlösung..... | 4 |
| 2. HAUPTTEIL..... | 5 |
| 2.1 Definition durch Hypothesenbildung | 5 |
| 2.2 Von der Datenaufbereitung zur mathematischen Lösung | 6 |
| Datenerhebung..... | 7 |
| Datenaufbereitung | 11 |
| Ergebnisse der Datenaufbereitung..... | 12 |
| 2.3 Regressiongeraden als mathematische Modelle | 13 |
| Ausgleichsrechnung für die Langzeitwerte (bis 2010) | 13 |
| 2.4 Kovarianzen..... | 20 |
| Kovarianz für die Langzeitwerte (bis 2010) | 21 |
| Kovarianz für die Kurzzeitwerte (2011) | 22 |
| Interpretation der Kovarianzen | 22 |
| 2.5 Verifikation durch Korrelationsanalysen..... | 23 |
| Korrelation für die Langzeitwerte (bis 2010) | 25 |
| Korrelation für die Kurzzeitwerte (2011) | 25 |
| 2.6 Zusammenfassung..... | 26 |
| 3. ERGEBNIS..... | 26 |
| Praktische Bedeutung..... | 26 |
| LITERATURVERZEICHNIS..... | IV |

ANHANG 1 V

ANHANG 2 VI

ANHANG 3 VII

Abbildungsverzeichnis

| | |
|------------------------------------------------------------|----|
| Abbildung 1: Modellierungsprozeß | 3 |
| Abbildung 2: Tägliche Sonnenstunden | 7 |
| Abbildung 3: Globalstrahlung in der BRD | 9 |
| Abbildung 4: Prinzipdarstellung Pyranometer | 10 |
| Abbildung 5: Ausschnitt Globalstrahlungskarte | 11 |
| Abbildung 6: Wertepaare (x_{il} / y_{il}) | 15 |
| Abbildung 7: Regressionsgerade (y_{il}) | 16 |
| Abbildung 8: Wertepaare (x_{ik} / y_{ik}) | 18 |
| Abbildung 9: Regressionsgerade (y_{ik}) | 20 |
| Abbildung 10: Streudiagramme (Bsp.)..... | 23 |

Tabellenverzeichnis

| | |
|-----------------------------------------------------------------|----|
| Tabelle 1: Sonnenstunden | 8 |
| Tabelle 2: Meßwerte Globalstrahlung | 12 |
| Tabelle 3: Meßwerte Sonnenscheindauer | 12 |
| Tabelle 4: Mittel der Langzeitwerte..... | 13 |
| Tabelle 5: Hilfstabelle zur Koeffizientenbestimmung..... | 14 |
| Tabelle 6: Wertetabelle der Regressionsgeraden..... | 16 |
| Tabelle 7: Mittel der Kurzzeitwerte..... | 17 |
| Tabelle 8: Hilfstabelle zur Koeffizientenbestimmung..... | 18 |
| Tabelle 9: Wertetabelle der Regressionsgeraden..... | 19 |
| Tabelle 10: Daten zur Kovarianzermittlung | 21 |
| Tabelle 11: Daten zur Kovarianzermittlung | 22 |
| Tabelle 12: Daten zur Korrelationsrechnung..... | 25 |
| Tabelle 13: Daten zur Korrelationsrechnung..... | 25 |

1. Einleitung

1.1 Gegenstand der Arbeit

Nachfolgende Studienarbeit untersucht das *Verhältnis* zwischen der Globalstrahlung in der Region Nord-Ost-Württemberg sowie dem angrenzenden Bayern, und den lokalen Aufzeichnungen täglicher Sonnenstunden durch die Wetterwarte Ostalb.

Sitz der Wetterwarte ist der Ort 73450 Neresheim (Ostalbkreis). Erreichbar über: wetterwarte-ostalb@wetterglas.de.

Nachfolgend wichtige Daten zur Wetterstation:

- 552 m ü. NN
- Geogr. Breite: 48° 45' 40" (48,761°) Nord
- Geogr. Länge: 10° 19' 30" (10,325°) Ost

Die Stadt Neresheim ist der *zentrale Hauptort* des Härtsfelds. Dies ist der östlichste "...Teil der Schwäbischen Alb an der Landesgrenze Baden-Württembergs gegen Bayern. Im Norden begrenzt durch den Steilabfall der Alb, im Osten durch den Meteoriten-Einschlagskessel des Rieses, im Westen durch die Täler von Kocher und Brenz, im Süden durch die Donauebene. Die Fläche des Gebiets umfasst 308 Quadratkilometer. Die Höhenlage reicht vom 727 Meter hohen Wellerstein bis hinab zur Talsohle der Egau bei Ballmertshofen (450 Meter) (...) Das Klima des Härtsfelds ist sehr gesund. Die Winter sind streng, die Sommer dagegen recht warm. Da das Härtsfeld im Regenschatten des Albtraufs liegt, fallen verhältnismäßig wenig Niederschläge: Albtrauf 800-900 mm jährlich, Neresheim 600 mm."¹

Zunächst soll der Begriff *Globalstrahlung* definiert werden:

"Die Globalstrahlung ist die am Boden von einer horizontalen Ebene empfangene Sonnenstrahlung und setzt sich aus der direkten Strahlung (der Schatten werfenden Strahlung) und der gestreuten Sonnenstrahlung (diffuse Himmelsstrahlung) aus der Himmelshalbkugel zusammen. Bei Sonnenhöhen von mehr als 50° und

¹ Engelhardt (1999): S. 29

wolkenlosem Himmel besteht die Globalstrahlung zu ca. $\frac{3}{4}$ aus direkter Sonnenstrahlung, bei tiefen Sonnenständen (bis etwa 10°) nur noch zu ca. $\frac{1}{3}$. Es ist die Bestrahlungsstärke in W/m^2 von der Bestrahlung in Wh/m^2 zu unterscheiden, die das Produkt aus Bestrahlungsstärke und der Dauer des Bestrahlungsvorganges beschreibt. Auf der Grundlage der Zeiteinheit einer Stunde hat das zugehörige Stundenmittel der Bestrahlungsstärke den gleichen Zahlenwert wie die Bestrahlung." ²

Die Sonnenenergie selbst ist die "...im Inneren der Sonne durch Kernfusion freigesetzte Energie, die durch Strahlungstransport an die Sonnenoberfläche gelangt und in den Weltraum abgestrahlt wird. Die gesamte Strahlungsleistung (Leuchtkraft) der Sonne beträgt rund $3,84 \cdot 10^{23}$ kW beziehungsweise $6,3 \cdot 10^4$ kW/m^2 ; davon erreichen die äußere Erdatmosphäre $1,367$ kW/m^2 (entsprechend der Solar konstanten). Der für den Menschen sichtbare Anteil dieser Strahlungsenergie beträgt etwa 37 %, 14 % fällt als ultraviolettes (UV) und der überwiegende Anteil von 49 % als infrarotes (IR) Licht an. Die Strahlungsenergie gelangt nicht ungestört auf die Erdoberfläche. Durch Streu- und Absorptionsprozesse beim Durchgang durch die Erdatmosphäre wird ein Teil der von der Sonne ausgehenden Strahlung gebunden. Die jährlich auf die Erdoberfläche eingestrahelte Sonnenenergie von rund $7,1 \cdot 10^{17}$ kWh entspricht etwa dem 7 000-Fachen des jährlichen Weltprimärenergieverbrauchs. Diese Energiequelle hat bis heute fast den gesamten Energiebedarf der Menschheit gedeckt; die in traditioneller Weise genutzten Energiequellen (z. B. fossile Brennstoffe) stellen umgewandelte Sonnenenergie dar..." ³

1.2 Zielsetzung

Wie bereits im Vorspann erwähnt, soll durch statistische Methoden ein Zusammenhang zwischen den vom Deutschen Wetterdienst erhobenen Globalstrahlungsdaten und den Wetteraufzeichnungen der Wetterwarte Neresheim gefunden werden.

Dazu werden folgende Hypothesen formuliert:

² Deutscher Wetterdienst (o.J.), S. 2

³ Bibliographisches Institut & F. A. Brockhaus AG (2008): [Sonnenenergie]

- **Alternativhypothese (H_1):** "Die Anzahl der täglich aufgezeichneten Sonnenstunden ist abhängig vom Grad der Globalstrahlung in der Region."
- **Nullhypothese (H_0):** "Zwischen der täglichen Anzahl von Sonnenstunden und der entsprechenden Globalstrahlung besteht kein Zusammenhang."

1.3 Modellbildungskontext

Im Folgenden wird die wissenschaftliche Methodik zur Untersuchung vorgenannter Hypothesen in einen Modellbildungskontext gebracht.

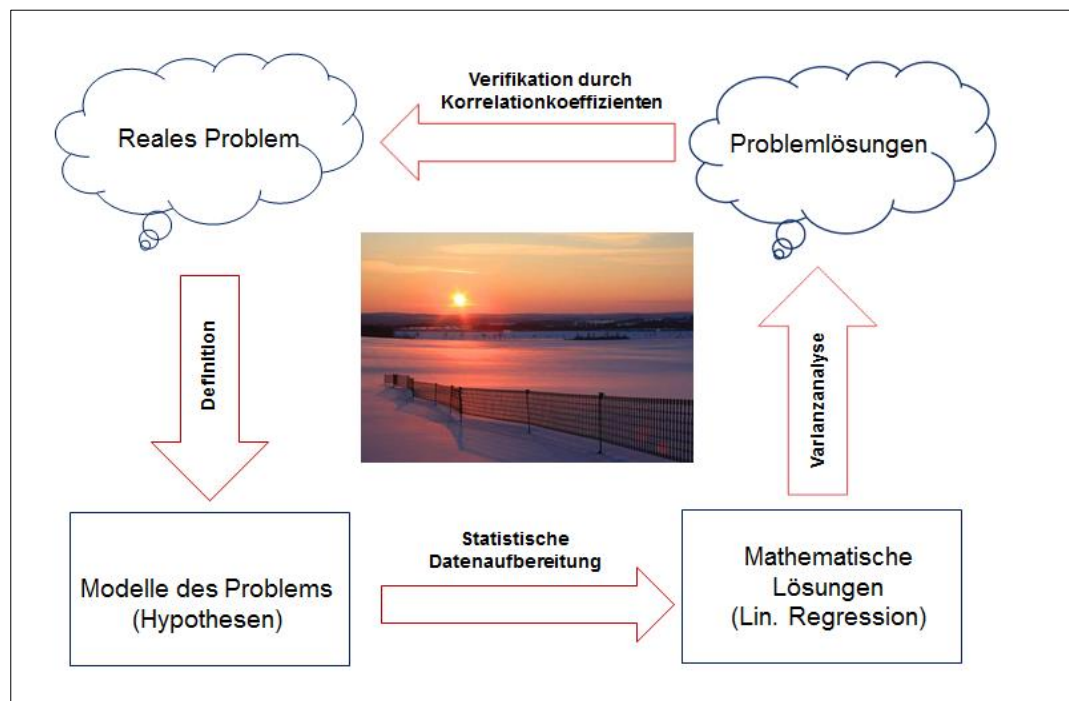


Abbildung 1: Modellierungsprozeß

(Bildquelle: Google Bilder [Sonne+Härtsfeld], ulrich-behrens.de, abgerufen am 27.03.2013)

Reales Problem

Der erste Schritt in jedem Modellbildungsprozeß ist die Transformation eines *konkreten Problems* – hier die Frage nach einem Zusammenhang zwischen den vom Deutschen Wetterdienst erhobenen Globalstrahlungsdaten und der tatsächlichen lokalen Sonnenscheindauer.

Das Problem wird in diesem Prozessschritt durch Definitionen sozusagen *handhabbar* gemacht.

Modelle des Problems

Ergebnisse der Problemdefinition sind die bereits unter 1.2 formulierten Forschungshypothesen H_1 und H_0 .

Mathematische Lösungen

In die Untersuchung fließen zahlreiche Datensätze (Urdaten) ein.

Zunächst wurden im Rahmen einer studentischen Arbeit die Aufzeichnungen täglicher Sonnenstunden der Wetterwarte Neresheim ausgewertet (siehe unten).

Weiter werden aus den Globalstrahlungskarten des Deutschen Wetterdienstes die für die Untersuchungsregion relevanten Daten abgeleitet, und statistisch aufbereitet.

Mit diesem Datenmaterial soll eine mathematische Lösung generiert werden. Konkret bediene ich mich der *Linearen Regression*.

Problemlösung

Ob die Lineare Regression ein taugliches Instrument zur Lösung des eingangs definierten Problems ist, wird varianzanalytisch im nächsten Prozeßschritt überprüft.

Die so gewonnene *Problemlösung* muß nun in einem letzten Gang verifiziert werden. Dazu wird eine Untersuchung der Ergebniskorrelation durchgeführt.

Somit entspricht die nachfolgende Vorgehensweise einem korrekten, in sich geschlossenem Modellbildungszyklus.

2. Hauptteil

2.1 Definition durch Hypothesenbildung

"Die Brauchbarkeit einer Theorie ist davon abhängig, wie sie sich in Untersuchungen von Teilaussagen, die aus ihr abgeleitet wurden, bewährt. (...) Hypothesen gehen somit wie die Ihnen zugrunde liegenden neuen Theorien über den herkömmlichen Erkenntnisstand einer Wissenschaft hinaus. Sie beinhalten Aussagen, die mit anderen Theorien in Widerspruch stehen bzw. Aussagen, die den bisherigen Wissensstand ergänzen sollen. Hypothesen, die in diesem Sinne 'innovative' Aussagen beinhalten, werden als *Gegen- oder Alternativhypothesen* bezeichnet. Die zentrale Aufgabe der Wissenschaft besteht darin zu überprüfen, ob die Realität durch neue, hypothetisch formulierte Alternativen besser erklärt werden kann als durch Theorien, die bisher zur Erklärung herangezogen wurden." ⁴

Eine solche Gegen- bzw. Alternativhypothese (statistische Hypothese) wurde oben bereits wie folgt formuliert:

- **Alternativhypothese (H_1):** "Die Anzahl der täglich aufgezeichneten Sonnenstunden ist abhängig vom Grad der Globalstrahlung in der Region."

"In Abhängig von der Art der statistischen Hypothese ist dann ein statistisches Verfahren auszuwählen, das eine möglichst 'strenge' Überprüfung des hypothetisch behaupteten Sachverhalts gewährleistet." ⁵

"In Abhängigkeit von der Alternativhypothese, die eigentlich überprüft werden soll, wird eine konkurrierende Hypothese, die sogenannte *Nullhypothese* formuliert. Sie beinhaltet allgemein, daß der in der Alternativhypothese formulierte Sachverhalt nicht zutrifft, daß er sozusagen 'null und nichtig' ist, daß also der Forscher mit seiner hypothetisch formulierten Behauptung nicht recht hat. Die Nullhypothese beinhaltet somit (im allgemeinen) keine andere aus einer konkurrierenden Theorie abgeleitete inhaltliche Aussage." ⁶

Die Nullhypothese sei hier ebenfalls nochmals abgedruckt:

- **Nullhypothese (H_0):** "Zwischen der täglichen Anzahl von Sonnenstunden und der entsprechenden Globalstrahlung besteht kein Zusammenhang."

⁴ Bortz (1989), S.142.

⁵ Bortz (1989), S.143.

⁶ Bortz (1989), S.144.

Im Gegensatz zu den sogenannten *Unterschiedshypothesen* handelt es sich bei den unter 1.2 genannten Formulierungen um Zusammenhangshypothesen.

Dies ist deshalb von Bedeutung, weil in Abhängigkeit des Hypothesentyps ein jeweils spezifisches Forschungsdesign gewählt werden muß.

2.2 Von der Datenaufbereitung zur mathematischen Lösung

"Wohl kein statistisches Verfahren hat der sozialwissenschaftlichen und psychologischen Forschung so viele Impulse verliehen wie die Verfahren zur Analyse von Zusammenhängen. Erst wenn wir wissen, daß zwei (oder mehrere) Merkmale miteinander zusammenhängen, kann das eine Merkmal zur Vorhersage des anderen eingesetzt werden. (...) Die Vorhersage wird umso genauer sein, je höher der Zusammenhang ist, bzw. die Wahrscheinlichkeit, eine richtige Vorhersage zu treffen, nimmt zu, je deutlicher die jeweiligen Merkmale zusammenhängen. Im Unterschied zu *funktionalen Zusammenhängen*, die mittels einer Funktionsgleichung exakte Vorhersagen ermöglichen, sprechen wir deshalb im sozialwissenschaftlichen Bereich von *stochastischen Zusammenhängen*, die je nach Höhe des Zusammenhangs unterschiedlich präzise Vorhersagen zulassen."⁷

Obwohl das nachfolgende Datenmaterial intervallskaliert vorliegt, kann keinesfalls eine exakte Überprüfung hinsichtlich eines *funktionalen Zusammenhangs* im Sinne einer *echten Kausalität* durchgeführt werden. Deshalb beschränke ich mich auf den in der Sozialwissenschaft üblichen Nachweis des stochastischen (zufallsabhängigen) Zusammenhangs.

Der Begriff des *zufälligen Zusammenhangs* darf jedoch nicht den Eindruck einer *Ungenauigkeit* erwecken. Vielmehr können abhängig von der Höhe des Zusammenhangs verschieden präzise Vorhersagen gemacht werden.⁸

"Die Gleichung, die wir bei stochastischen Zusammenhängen zur Merkmalsvorhersage benötigen, wird *Regressionsgleichung* genannt. Die Enge des Zusammenhangs zwischen zwei Merkmalen charakterisiert der *Korrelationskoeffizient*, der Werte zwischen +1 und -1 annehmen kann. Erreicht ein Korrelationskoeffizient Werte von +1 bzw. -1, geht der stochastische Zusammenhang in einen funktionalen, deterministischen (kausal vorbestimmt, d.Verf.) Zusammenhang über, wobei

⁷ Bortz (1989), S.213.

⁸ Vgl. Bortz (1989), S.213

eine Korrelation von +1 einen linearen gleichsinnigen Zusammenhang und eine Korrelation von -1 einen linearen, gegenläufigen Zusammenhang anzeigt." ⁹

Datenerhebung

In vorliegender Arbeit greife ich auf zwei Datenquellen zu:

Zum einen wurden im Rahmen einer studentischen Arbeit über 5.670 Datensätze der Wetterwarte Neresheim ausgewertet. Diese Datensätze lagen in Form von Säulendiagrammen vor, wie nachfolgendes Beispiel exemplarisch zeigt.

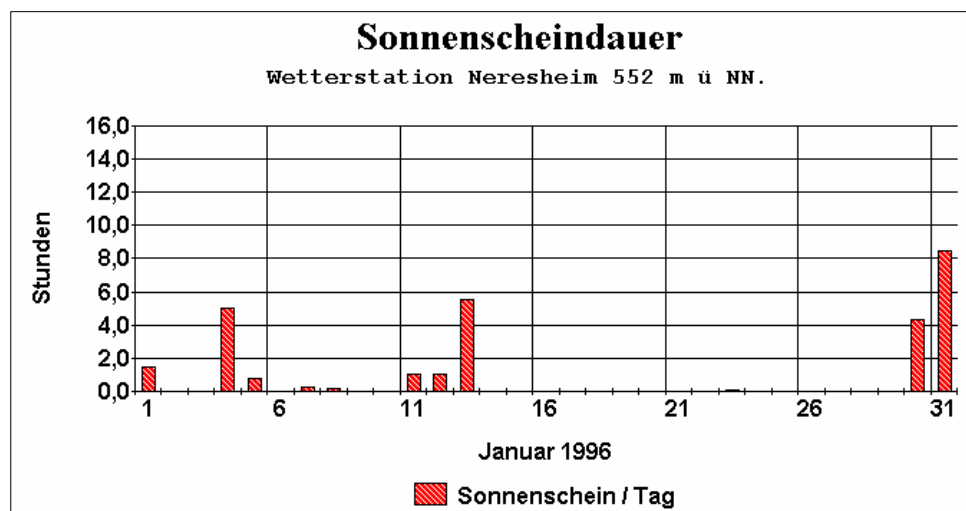


Abbildung 2: Im Januar 1996 erhobene tägliche Sonnenstunden
(Quelle: www.wetterglas.de)

Ausgewertet wurden die Monate von Januar 1996 bis einschließlich Dezember 2011. Die Zahlen der täglichen Sonnenstunden wurden dabei aufsummiert, um daraus ein Monatsmittel zu berechnen.

"Durch internationale Vereinbarung festgelegt, gilt Sonnenschein bei einer Strahlung $>120\text{W/m}^2$ (WMO). Außerdem sollen die Meßgeräte einen Öffnungswinkel von 0,005 Steradian (Raumwinkel, d.Verf.) haben und auf die Sonne ausgerichtet sein." ¹⁰

Die Wetterwarte Neresheim - gegründet 1991 - führt seit Mitte der 90er-Jahre analoge Messungen mit einem Sonnenscheinautographen (siehe unten) sowie Beobachtungen der täglichen Sonnenstunden durch. Seit 2005 werden zusätzlich elektronische Meßfühler in Kombination mit einem Datenlogger eingesetzt. Ein

⁹ Bortz (1989), S. 213 f.

¹⁰ Wekemann, Guido (o.J.), S.27

Datenlogger ist ein "... v. a. in der Steuerungstechnik verwendetes Datenerfassungsgerät, das an einer größeren Zahl von Messstellen anfallende digitale oder analoge Messwerte in regelmäßigen Intervallen (Bruchteile von Sekunden) abfragt und registriert oder einem Prozessrechner zuführt." ¹¹

| | Januar | Februar | März | April | Mai | Juni | Juli | August | September | Oktober | November | Dezember |
|--------------|--------|-----------|-----------|-------|------|-------|------|--------|-----------|---------|----------|----------|
| 1996 | 0,94 | kein Wert | 5,87 | 6,8 | 7,24 | 9,93 | 8,23 | 6,35 | 4,47 | 3,29 | 2,2 | 2,39 |
| 1997 | 1,54 | 3,93 | 3,77 | 7,76 | 8,94 | 6,33 | 5,9 | 8,26 | 8,64 | 3,6 | 2,4 | 1,13 |
| 1998 | 3,07 | 4,54 | 4,97 | 5,36 | 7,35 | 6,93 | 5,1 | 7,19 | 4,34 | 2,29 | 1,33 | 2,06 |
| 1999 | 2,68 | 2,36 | 3,87 | 5,56 | 6,13 | 6,1 | 7,19 | 6,68 | 6,26 | 4,06 | 1,9 | 1,81 |
| 2000 | 2,18 | 3,59 | 3,61 | 6,17 | 7 | 9,6 | 6,01 | 6,77 | 4,15 | 1,61 | 1,82 | 1,1 |
| 2001 | 2,79 | 3,5 | 2,61 | 4,67 | 7,71 | 6,56 | 8,03 | 8 | 2,87 | 4,29 | 2,4 | 2,39 |
| 2002 | 2,79 | 3,07 | 5,74 | 6,3 | 6,23 | 9,33 | 7 | 6,94 | 5,84 | 3,42 | 1,07 | 1,06 |
| 2003 | 2,19 | kein Wert | 6,65 | 8,27 | 7,78 | 10,33 | 9,23 | 9 | 7,84 | 4,85 | 2,43 | 2,5 |
| 2004 | 1,79 | 4,28 | 5,13 | 8,1 | 7,19 | 7,9 | 7,29 | 7,06 | 6,52 | 3,06 | 1,83 | 1,29 |
| 2005 | 2,56 | 2,79 | kein Wert | 8,1 | 7,9 | 8,67 | 6,19 | 5,78 | 6,4 | 4,31 | 2,15 | 1,61 |
| 2006 | 2,82 | 2,89 | 3,29 | 4,43 | 6,32 | 8,6 | 9,74 | 3,97 | 6,17 | 4,61 | 2,3 | 2,53 |
| 2007 | 1,63 | 2,67 | 4,83 | 10,53 | 8 | 7,97 | 7,61 | 6,81 | 4,93 | 4,27 | 1,9 | 1,9 |
| 2008 | 2,42 | 5,93 | 4,52 | 4,23 | 8,39 | 7,33 | 7,45 | 6,61 | 4,13 | 3,29 | 3,3 | 2,02 |
| 2009 | 2,84 | 2,64 | 4,19 | 6,77 | 6,07 | 6,9 | 6,77 | 7,9 | 5,83 | 2,82 | 2,27 | 1,35 |
| 2010 | 1,23 | 2,43 | 5,26 | 7 | 3,13 | 6,33 | 7,74 | 3,77 | 4,33 | 3,31 | 1,27 | 0,84 |
| 2011 | 1,32 | 1,93 | 5,36 | 7,1 | 6,87 | 3,93 | 5,68 | 7,35 | 6,7 | 5,42 | 2,33 | 1,13 |
| Durchschnitt | 2,2 | 3,3 | 4,6 | 6,7 | 7,0 | 7,7 | 7,2 | 6,8 | 5,6 | 3,7 | 2,1 | 1,7 |

Tabelle 1: Mittlere Sonnenstunden von Januar 1996 – Dezember 2011

(Quelle: Rolf Ulsamer, Andreas Holl & Stephan Markel, Hochschule Aalen, WS 12/13, IDM1)

"Um aber die anspruchsvollen Standards der Weltorganisation für Meteorologie (WMO) und des Deutschen Wetterdienstes (DWD) erfüllen zu können, bedarf es meteorologischer Meßgeräte, die aufgrund ihrer Präzision auch sehr teuer sind." ¹²

Die Datenerfassung nimmt der Leiter der Wetterwarte – Herr Guido Wekemann – mit einem selbst entwickelten und produzierten Autographen vor. Dieser "...Sonnenscheinautograph erfüllt die Anforderung, meteorologisch definierten Sonnenschein zuverlässig zu registrieren." ¹³

Die zweite Datenquelle stellt der DWD auf seinen Webseiten (www.dwd.de) zur Verfügung.

Dabei handelt es sich um sogenannte *Globalstrahlungskarten* von Deutschland. Die Globalstrahlung von September 2011 für die Bundesrepublik Deutschland ist beispielhaft auf der nächsten Seite abgedruckt:

¹¹ Bibliographisches Institut & F. A. Brockhaus AG (2008): [Datenlogger]

¹² Wekemann, Guido (o.J.), S.25

¹³ Wekemann, Guido (o.J.), S. 29

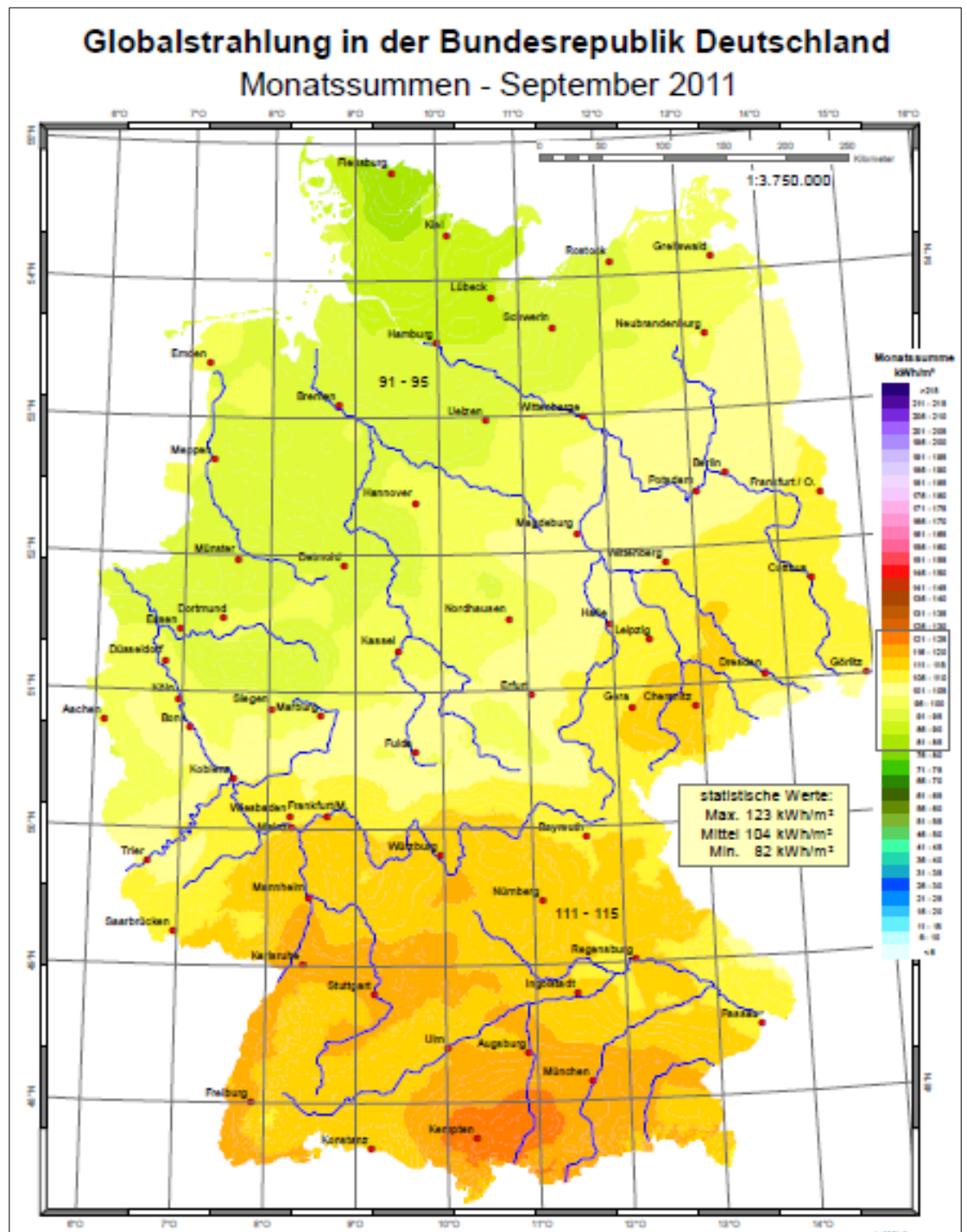


Abbildung 3: Globalstrahlung in der BRD (September 2011)

(Quelle: www.dwd.de)

Der DWD teilt das Strahlungsklima in Deutschland vereinfacht in drei Zonen ein: "Eine Zone besonders hoher Einstrahlung erstreckt sich von Bayern über Baden-Württemberg bis nach Rheinhessen. Sie entsteht durch die südlichere Breitenlage und das wolkenärmere, kontinentalere Klima. Eine zweite Zone hoher Einstrahlung beginnt in Sachsen und erstreckt sich über das östliche Brandenburg bis an die Küste Mecklenburg-Vorpommerns. Einflussfaktoren sind im Ostseeraum die

geringere konvektive Wolkenbildung im Frühjahr und Frühsommer über dem noch kalten Wasser und die stärkere Kontinentalität.

Eine strahlungsärmere Zone reicht von den Mittelgebirgen bis nach Schleswig-Holstein. Ursache für die niedrigere Einstrahlung ist hier die häufige Zufuhr von feuchten Meeres-Luftmassen, die das typisch wolkenreiche, maritime Klima Nordwest-Deutschlands prägt. Durch Stau an den Hügel-/Bergketten der Mittelgebirge wird die Wolkenbildung zusätzlich verstärkt. Lediglich die strahlungsbegünstigten Nordseeinseln bilden eine Ausnahme." ¹⁴

Die Strahlungsmessung wird deutschlandweit durch 25 Meßstationen durchgeführt. Die einzelnen Stationen bedienen sich dabei sogenannten *Pyranometern*.

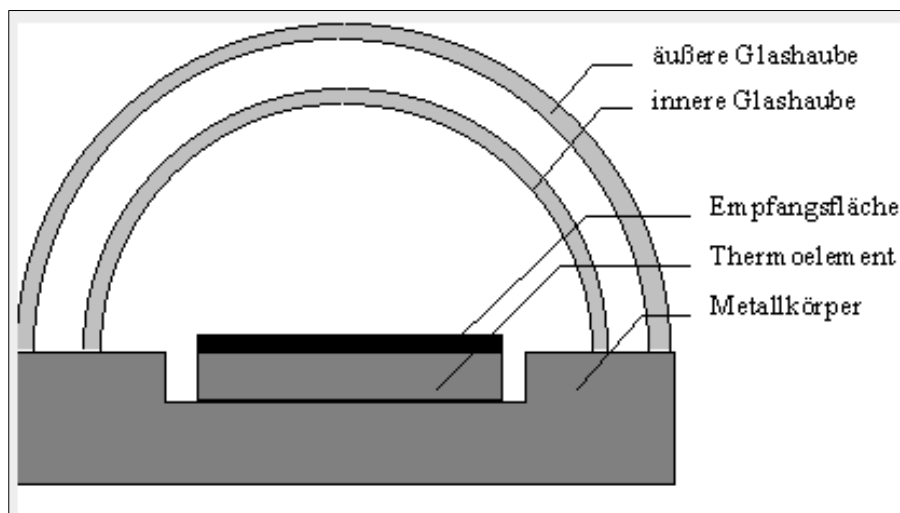


Abbildung 4: Prinzipdarstellung eines Pyranometer (Quelle: Institut für Elektrische Energietechnik an der Technischen Universität Berlin)

Dabei nutzen Thermodetektoren "... die Temperaturdifferenz, welche entsteht, wenn Strahlung absorbiert wird. Um über einen weiten Spektralbereich gleichmäßige Empfindlichkeit zu erhalten, wird die Detektoroberfläche geschwärzt. Die Temperaturdifferenz wird zum Beispiel durch eine Thermosäule in eine Gleichspannung umgewandelt. Dabei wird der thermoelektrische Effekt ausgenutzt. Dieser verursacht eine Spannung im Millivoltbereich, wenn der Kontakt zwischen zwei unterschiedlichen Metallen einer Temperaturdifferenz ausgesetzt wird. Die Bestrahlungsstärke kann dann durch den Vergleich mit einer unbestrahlten Ther-

¹⁴ Deutscher Wetterdienst – Klima- und Umweltberatung (o.J.), S.6

mosäule ermittelt werden. Das Pyranometer arbeitet nach diesem Prinzip. Pyranometer ermöglichen genaue Messungen, sind aber träge und relativ teuer." ¹⁵

Datenaufbereitung

Die erhobenen Daten, wie oben beschrieben, werden im nächsten Schritt wie folgt aufbereitet:

Das Datenmaterial des DWD liegt zum einen als Satz von 12 Globalstrahlungskarten vor. Dabei sind je Karte monatsbezogen die Strahlungswerte von 1981 – 2010 als statistisches Mittel abgedruckt.

In den Karten sind die Strahlungsenergien dann nach Clustern farblich unterschieden.

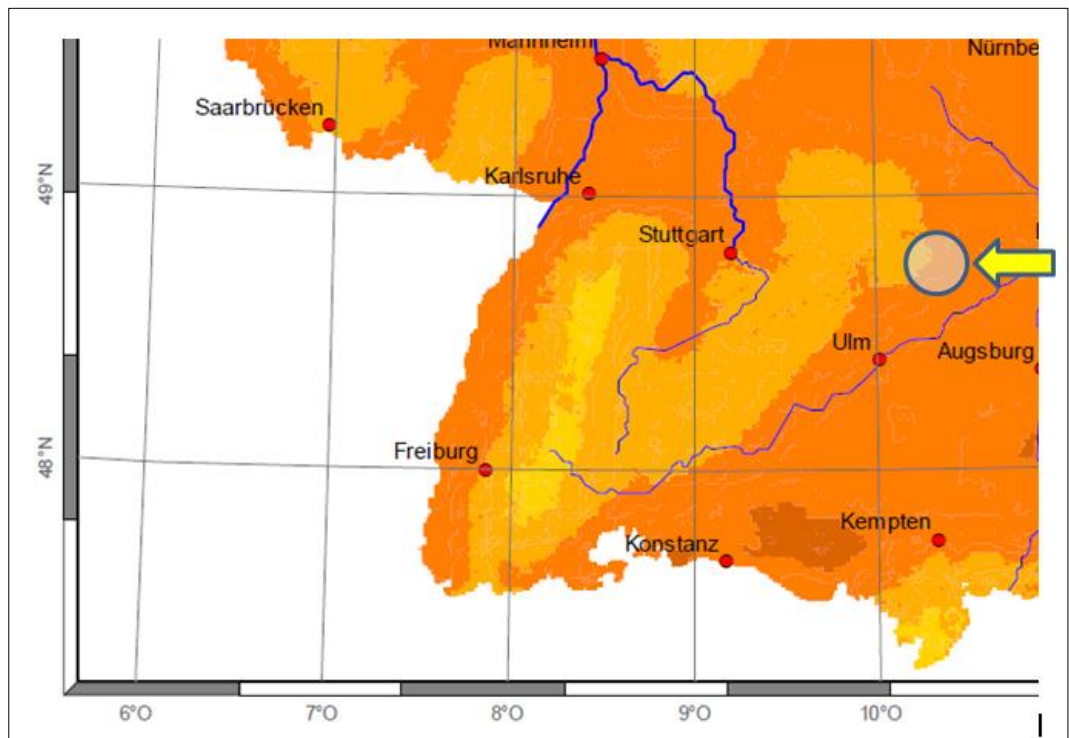


Abbildung 5: Ausschnitt einer Globalstrahlungskarte (April 1981 – 2010)

(Quelle: In Anlehnung an www.dwd.de)

Der Standort der Wetterwarte Neresheim ($48,76^\circ$ Nord und $10,32^\circ$ Ost) ist in obiger Abbildung durch einen Kreis hervorgehoben.

In der Legende einer jeden Strahlungskarte sind den verschiedenen Farben Energieintervalle zugeordnet. Für Neresheim gilt hier demnach das Energieintervall $121\text{-}125 \text{ kWh/m}^2$.

¹⁵ Institut für Elektrische Energietechnik an der Technischen Universität Berlin (1999)

Da der Kreis jedoch ebenfalls das nächst niedrigere Intervall schneidet (116-120 kWh/m²), wird in diesem Fall die untere Grenze des dominierenden Intervalls ausgewählt. In die Untersuchung fließt so der Wert 121 kWh/m² ein.

Zum anderen verfüge ich über einen Kartensatz des Jahres 2011. Dort sind - ebenfalls für jeden Kalendermonat – die Globalstrahlungswerte in oben beschriebener Art und Weise dokumentiert.

Deshalb werden im Folgenden zwei statistische Untersuchungen durchgeführt: Durch Regressionsanalysen werden die Monatsmittel der Erhebungsjahre bis 2010, sowie – sozusagen als *Kurzfristbetrachtung* – die jeweiligen Monatswerte des Jahres 2011 untersucht.

Ergebnisse der Datenaufbereitung

Als Ergebnis der Datenaufbereitung sind im Folgenden sowohl für die Globalstrahlung wie auch die Sonnenstunden je zwei Meßwertreihen abgebildet.

| Globalstrahlung (Monatsmittel) in kWh/m ² für die Jahre 1981 - 2010 | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------------------------------------------------------------|-------|-------|-------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|-------|-------|-------|
| | Jan. | Feb. | Mrz. | April | Mai | Juni | Juli | Aug. | Sept. | Okt. | Nov. | Dez. |
| Intervall | 26-30 | 46-50 | 81-85 | 121-125 | 151-155 | 161-165 | 166-170 | 141-145 | 96-100 | 56-60 | 31-35 | 21-25 |
| Wert | 28 | 48 | 83 | 121 | 153 | 163 | 168 | 143 | 98 | 58 | 31 | 23 |

| Globalstrahlung (Monatsmittel) in kWh/m ² für 2011 | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------------------------------------------|-------|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|-------|-------|-------|
| | Jan. | Feb. | Mrz. | April | Mai | Juni | Juli | Aug. | Sept. | Okt. | Nov. | Dez. |
| Intervall | 26-30 | 41-45 | 101-105 | 156-160 | 186-190 | 151-155 | 151-155 | 156-160 | 111-115 | 71-75 | 41-45 | 16-20 |
| Wert | 28 | 45 | 103 | 160 | 188 | 151 | 153 | 160 | 115 | 75 | 45 | 18 |

Tabelle 2: Meßwertreihen zur Globalstrahlung im Untersuchungsgebiet

(Quelle: www.dwd.de)

| Wetterwarte Neresheim: Mittelwerte der Monatliche Sonnenstunden von 1996-2010 | | | | | | | | | | | | |
|-------------------------------------------------------------------------------|--------|---------|------|-------|------|------|------|--------|-----------|---------|----------|----------|
| | Januar | Februar | März | April | Mai | Juni | Juli | August | September | Oktober | November | Dezember |
| 1996-2010 | 2,23 | 3,43 | 4,59 | 6,67 | 7,03 | 7,92 | 7,30 | 6,74 | 5,51 | 3,54 | 2,04 | 1,73 |
| Gerundet | 2,2 | 3,4 | 4,6 | 6,7 | 7,0 | 7,9 | 7,3 | 6,7 | 5,5 | 3,5 | 2,0 | 1,7 |

| Wetterwarte Neresheim: Mittelwerte der Monatliche Sonnenstunden von 2011 | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------------------------------------------------------|--------|---------|------|-------|------|------|------|--------|-----------|---------|----------|----------|
| | Januar | Februar | März | April | Mai | Juni | Juli | August | September | Oktober | November | Dezember |
| 2011 | 1,32 | 1,93 | 5,36 | 7,1 | 6,87 | 3,93 | 5,68 | 7,35 | 6,7 | 5,42 | 2,33 | 1,13 |
| Gerundet | 1,3 | 1,9 | 5,4 | 7,1 | 6,9 | 3,9 | 5,7 | 7,4 | 6,7 | 5,4 | 2,3 | 1,1 |

Tabelle 3: Meßwertreihen zur Sonnenscheindauer in Neresheim

(Quelle: www.wetterqlas.de)

Diese Meßwerte bilden die Basis für nachfolgende Regressionsanalysen.

Im Sinne der Alternativhypothese H1 repräsentieren die Globalstrahlungswerte dabei die unabhängigen Variablen, die Werte der Wetterwarte Neresheim entsprechen den abhängigen Variablen.

2.3 Regressiongeraden als mathematische Modelle

Der Brockhaus definiert die Regression als "... Untersuchung der Abhängigkeit zwischen zwei (oder mehr) Zufallsvariablen X, Y (hier kWh/m² und Sonnenstunden, d.Verf.) eines endlichen Zufallsversuchs mit n Paaren (x_1, y_1) (x_2, y_2) ... (x_n, y_n) von Merkmalswerten, z. B. Körpergröße und Gewicht der Schüler eines Jahrgangs. Die Menge der in ein Koordinatensystem eingezeichneten Wertepaare (x_i, y_i) bildet eine Punktwolke, die im Fall der linearen Abhängigkeit zwischen X und Y (lineare Regression) durch eine Regressionsgerade (Ausgleichsgerade) der Form $y = ax + b$ angepasst werden kann. Die Ermittlung der unbekanntenen Konstanten a (Regressionskoeffizient) und b ist Gegenstand der Regressionsrechnung (Ausgleichsrechnung), die zu den analytischen Konzepten in der Statistik und ihren Nachbarbereichen, besonders der Ökonometrie, gehört." ¹⁶

Alle nachfolgenden Berechnungen werden gemäß den Ausführungen Papulas vorgenommen: ¹⁷

Ausgleichsrechnung für die Langzeitwerte (bis 2010)

Zunächst beginne ich mit den sogenannten *Langzeitwerten* (Monatsmittelwerte bis 2010). Dabei sollen in einem ersten Schritt die arithmetischen Mittelwerte der entsprechenden Meßwertreihen dargestellt werden:

| "Stichprobe" i [Mon.] | Globalstrahlung x_{il} [kWh/m ²] | Sonnenscheindauer y_{il} [h] |
|--------------------------|---------------------------------------------------|-----------------------------------|
| Jan. | 28 | 2,2 |
| Feb. | 48 | 3,4 |
| Mrz. | 83 | 4,6 |
| April | 121 | 6,7 |
| Mai | 153 | 7,0 |
| Juni | 163 | 7,9 |
| Juli | 168 | 7,3 |
| Aug. | 143 | 6,7 |
| Sept. | 98 | 5,5 |
| Okt. | 58 | 3,5 |
| Nov. | 31 | 2,0 |
| Dez. | 23 | 1,7 |
| Mittelwerte | 93,1 | 4,9 |

Tabelle 4: Mittel der Langzeitwerte

¹⁶ Bibliographisches Institut & F. A. Brockhaus AG (2008): [Regression]

¹⁷ Vgl. Papula (2011): S. 694 ff.

Die Mittelwerte \bar{x} und \bar{y} werden nach folgenden, allgemeinen Formeln gebildet:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

Und somit lauten die numerischen Werte:

$$\bar{x}_I = 93,1 \text{ kWh/m}^2$$

$$\bar{y}_I = 4,9 \text{ h}$$

Ziel der Regressionsrechnung – wie bereits erwähnt – ist es, eine lineare Gleichung der Form $y = ax + b$ zu finden.

Vor Berechnung des Regressionskoeffizienten a_I sowie des Ordinatenschnittpunkts der Regressionsgeraden b_I , sind in nachfolgender Tabelle weitere, notwendige Zwischenrechnungen dargestellt:

| i | x_{iI} | y_{iI} | $(x_{iI})^2$ | $x_{iI} y_{iI}$ |
|-----------|-------------|-------------|---------------|-----------------|
| Januar | 28 | 2,2 | 784 | 61,6 |
| Februar | 48 | 3,4 | 2304 | 163,2 |
| März | 83 | 4,6 | 6889 | 381,8 |
| April | 121 | 6,7 | 14641 | 810,7 |
| Mai | 153 | 7 | 23409 | 1071 |
| Juni | 163 | 7,9 | 26569 | 1287,7 |
| Juli | 168 | 7,3 | 28224 | 1226,4 |
| August | 143 | 6,7 | 20449 | 958,1 |
| September | 98 | 5,5 | 9604 | 539 |
| Oktober | 58 | 3,5 | 3364 | 203 |
| November | 31 | 2 | 961 | 62 |
| Dezember | 23 | 1,7 | 529 | 39,1 |
| Σ | 1117 | 58,5 | 137727 | 6803,6 |

Tabelle 5: Hilfstabelle zur Bestimmung der Koeffizienten a_I und b_I

Bevor nun nach folgenden, allgemeinen Formeln die fehlenden Koeffizienten berechnet werden, zeigt Abb. 6 zunächst einmal die Wertepaare (x_{iI} / y_{iI}) in einem Koordinatensystem:

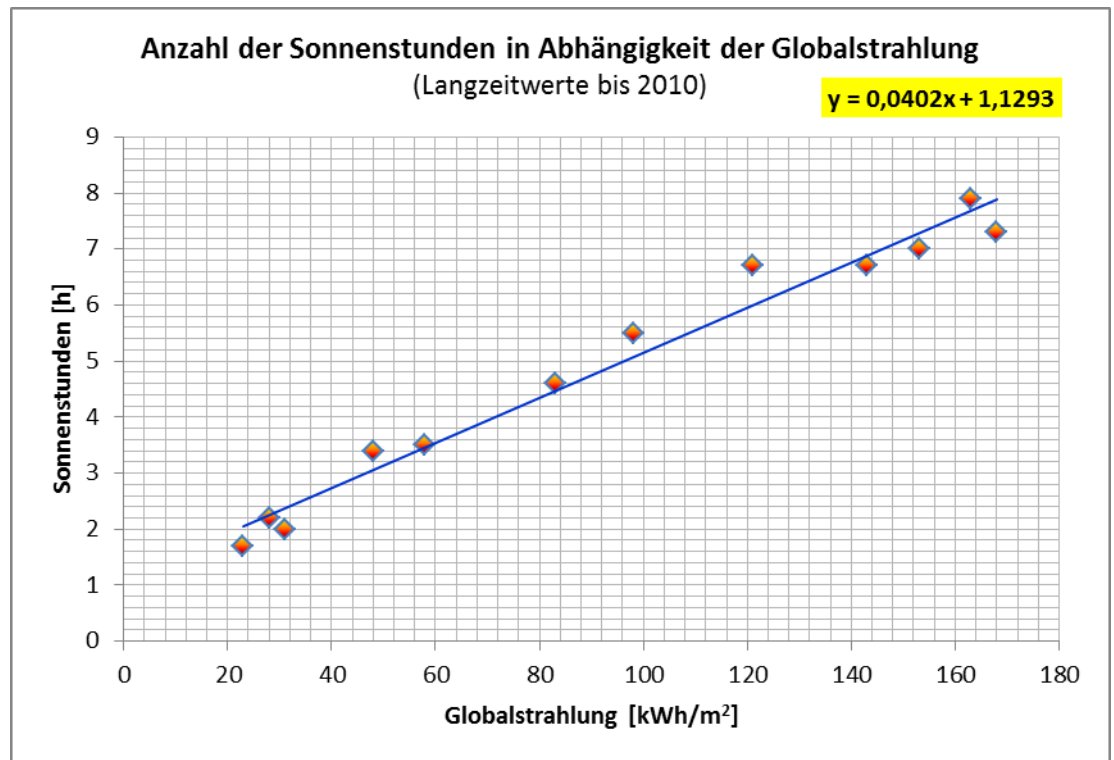


Abbildung 6: Wertepaare (x_{il} / y_{il}) mit Trendlinie

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$$

$$b = \bar{y} - a \bar{x}$$

Nach einsetzen obiger Tabellenwerte erhält man die Koeffizienten a_1 und b_1 :

$$a_1 = \frac{6803,6 - 12 * 93,1 * 4,9}{137727 - 12 * (93,1)^2} = \frac{1329,32}{33715,68}$$

$$\mathbf{a_1 = 0,0394}$$

$$b_1 = 4,9 - 0,0394 * 93,1$$

$$\mathbf{b_1 = 1,231}$$

Mit diesen Parametern kann die erste lineare Gleichung (Regressionsgerade) formuliert werden:

$$\mathbf{y_1 = 0,0394x_1 + 1,231}$$

Somit können abschließend die Wertetabelle mit zugehöriger Regressionsfunktion graphisch dargestellt werden:

| Wertetabelle der Regressionsgeraden | | |
|-------------------------------------|-------------|----------------------|
| $y_i = 0,0394x_i + 1,231$ | | |
| x_i | $f(x_{ii})$ | $f(x_{ii})$ gerundet |
| 28 | 2,3342 | 2,4 |
| 48 | 3,1222 | 3,2 |
| 83 | 4,5012 | 4,5 |
| 121 | 5,9984 | 6,0 |
| 153 | 7,2592 | 7,3 |
| 163 | 7,6532 | 7,6 |
| 168 | 7,8502 | 7,8 |
| 143 | 6,8652 | 6,9 |
| 98 | 5,0922 | 5,1 |
| 58 | 3,5162 | 3,6 |
| 31 | 2,4524 | 2,5 |
| 23 | 2,1372 | 2,2 |

Tabelle 6: Wertetabelle der Regressionsgeraden $y_i = 0,0394x_i + 1,231$

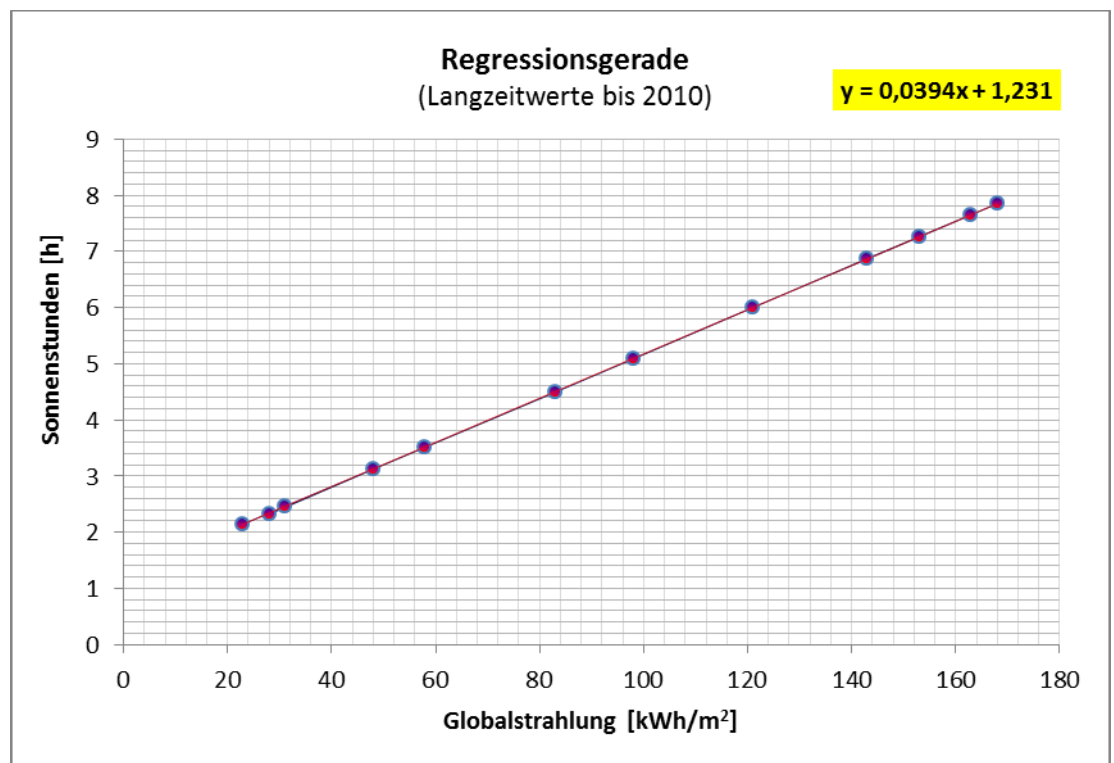


Abbildung 7: Regressionsgerade $y_i = 0,0394x_i + 1,231$

Bereits jetzt fällt in Abb. 6 auf, daß die Einzelwerte von der Trendlinie wenig abweichen. Dies läßt geringe Streuungsmaße erwarten.

Die Koeffizientenabweichungen zwischen Trendfunktion (siehe Abb. 6) und der Regressionsgeraden (siehe Abb. 7) führe ich auf Rundungsfehler zurück.

Im nächsten Abschnitt wird die Regressionsrechnung für die Werte des Jahres 2011 durchgeführt.

Ausgleichsrechnung für die Jahreswerte (Kurzzeitwerte 2011)

Wie in vorangegangenem Abschnitt werden zunächst die arithmetischen Mittelwerte der entsprechenden Meßwertreihen dargestellt werden:

| "Stichprobe" i [Mon.] | Globalstrahlung x_{ik} [kWh/m ²] | Sonnenscheindauer y_{ik} [h] |
|--------------------------|---------------------------------------------------|-----------------------------------|
| Jan. | 28 | 1,3 |
| Feb. | 45 | 1,9 |
| Mrz. | 103 | 5,4 |
| April | 160 | 7,1 |
| Mai | 188 | 6,9 |
| Juni | 151 | 3,9 |
| Juli | 153 | 5,7 |
| Aug. | 160 | 7,4 |
| Sept. | 115 | 6,7 |
| Okt. | 75 | 5,4 |
| Nov. | 45 | 2,3 |
| Dez. | 18 | 1,1 |
| Mittelwerte | 103,4 | 4,6 |

Tabelle 7: Mittel der Kurzzeitwerte

Für die Jahresbetrachtung lauten die numerischen Werte:

$$\bar{x}_k = 103,4 \text{ kWh/m}^2$$

$$\bar{y}_k = 4,6 \text{ h}$$

Bevor der Regressionskoeffizient a_k sowie der Ordinaten Schnittpunkt der Regressionsgeraden b_k berechnet werden, wieder die notwendigen Zwischenrechnungen:

| i | x_{ik} | y_{ik} | $(x_{ik})^2$ | $x_{ik} y_{ik}$ |
|-----------|-------------|-------------|---------------|-----------------|
| Januar | 28 | 1,3 | 784 | 36,4 |
| Februar | 45 | 1,9 | 2025 | 85,5 |
| März | 103 | 5,4 | 10609 | 556,2 |
| April | 160 | 7,1 | 25600 | 1136 |
| Mai | 188 | 6,9 | 35344 | 1297,2 |
| Juni | 151 | 3,9 | 22801 | 588,9 |
| Juli | 153 | 5,7 | 23409 | 872,1 |
| August | 160 | 7,4 | 25600 | 1184 |
| September | 115 | 6,7 | 13225 | 770,5 |
| Oktober | 75 | 5,4 | 5625 | 405 |
| November | 45 | 2,3 | 2025 | 103,5 |
| Dezember | 18 | 1,1 | 324 | 19,8 |
| Σ | 1241 | 55,1 | 167371 | 7055,1 |

Tabelle 8: Hilfstabelle zur Bestimmung der Koeffizienten a_k und b_k

Vor der Koeffizientenberechnung zeigt die nächste Tabelle zunächst die *neuen* Wertepaare mit Trendlinie:

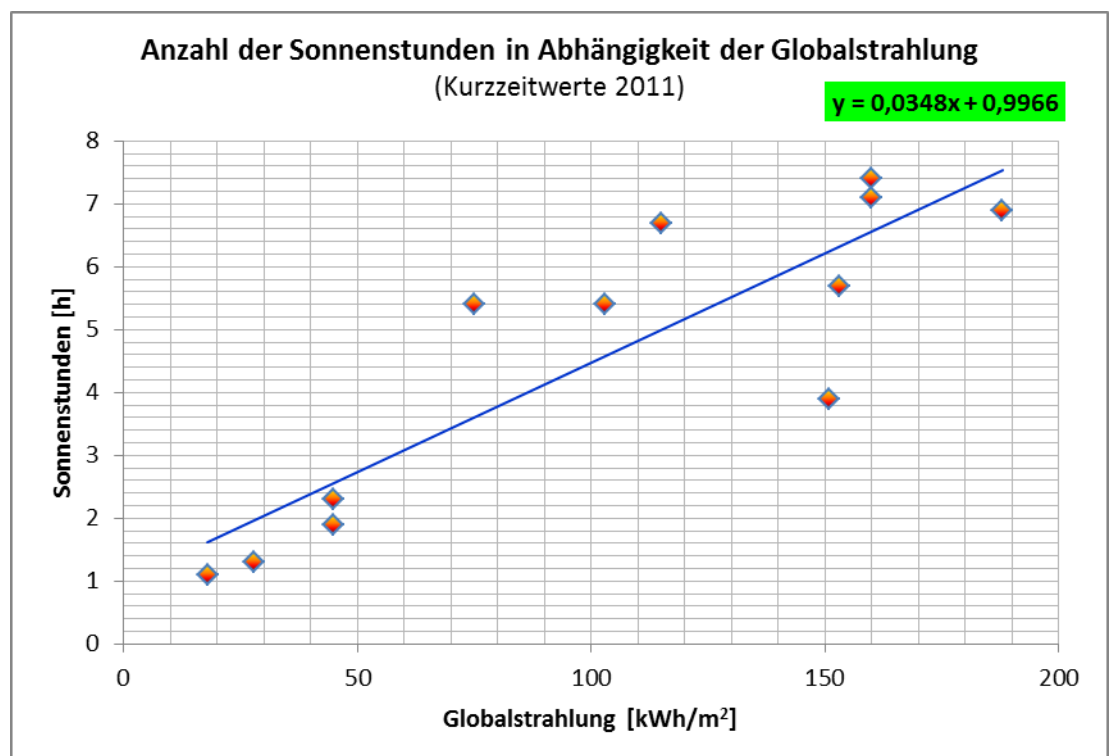


Abbildung 8: Wertepaare (x_{ik} / y_{ik}) mit Trendlinie

Nun folgt die Koeffizientenberechnung nach den bereits bekannten Formeln:

$$a_k = \frac{\sum_{i=1}^n x_k y_k - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_k^2 - n \bar{x}^2}$$

$$b_k = \bar{y} - a \bar{x}$$

Nach einsetzen obiger Tabellenwerte erhält man die Koeffizienten a_i und b_i :

$$a_k = \frac{7055,1 - 12 * 103,4 * 4,6}{167371 - 12 * (103,4)^2} = \frac{1347,42}{39072,28}$$

$$a_k = 0,0344$$

$$b_k = 4,6 - 0,0344 * 103,4$$

$$b_k = 1,043$$

Mit diesen Parametern kann die zweite lineare Gleichung (Regressionsgerade) formuliert werden:

$$y_k = 0,0344x_k + 1,043$$

Somit können abschließend die Wertetabelle mit zugehöriger Regressionsfunktion graphisch dargestellt werden:

| Wertetabelle der Regressionsgeraden | | |
|-------------------------------------|-------------|----------------------|
| $y_i = 0,0344x_k + 1,043$ | | |
| x_i | $f(x_{ij})$ | $f(x_{ij})$ gerundet |
| 28 | 2,0062 | 2,4 |
| 45 | 2,591 | 3,2 |
| 103 | 4,5862 | 4,5 |
| 160 | 6,547 | 6,0 |
| 188 | 7,5102 | 7,3 |
| 151 | 6,2374 | 7,6 |
| 153 | 6,3062 | 7,8 |
| 160 | 6,547 | 6,9 |
| 115 | 4,999 | 5,1 |
| 75 | 3,623 | 3,6 |
| 45 | 2,591 | 2,5 |
| 18 | 1,6622 | 2,2 |

Tabelle 9: Wertetabelle der Regressionsgeraden $y_k = 0,0344x_k + 1,043$

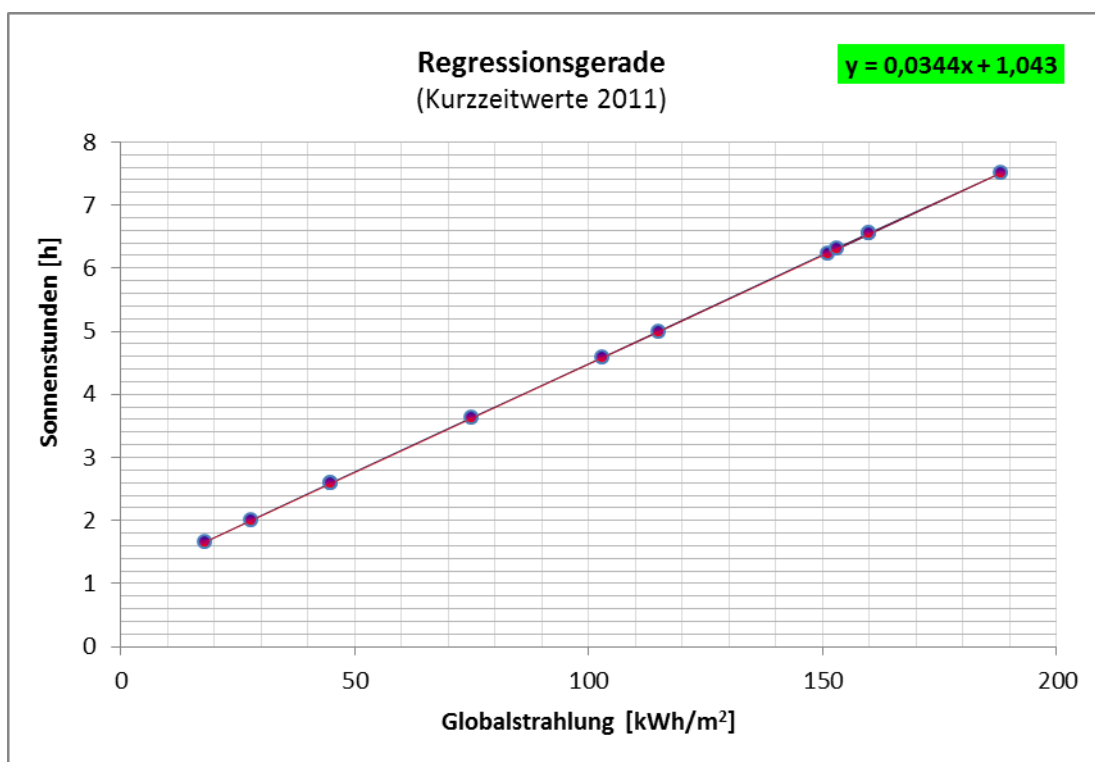


Abbildung 9: Regressionsgerade $y_k = 0,0344x_k + 1,043$

Bei der Regressionsrechnung der Monatswerte von 2011 (Abb. 8) fällt sofort eine größere Streuung der Wertepaare auf. Im Vergleich zu den Mehrjahreswerten fließen hier die Zufallsfehler bei Datenerhebung und Datenauswertung viel stärker ein.

Die Koeffizientenabweichungen zwischen Trendfunktion (siehe Abb. 8) und der Regressionsgeraden (siehe Abb. 9) führe ich wieder auf Rundungsfehler zurück.

Im nächsten Kapitel werden die Streuungsmaße sowie die Kovarianzen der Meßwertreihen untersucht.

2.4 Kovarianzen

"Der Kovarianz zweier Merkmale entnehmen wir, in welchem Ausmaß die Unterschiedlichkeit der Untersuchungseinheiten, bezogen auf das Merkmal x (Globalstrahlung, d.Verf.), der Unterschiedlichkeit der Untersuchungseinheiten im Merkmal y (Sonnenstunden, d.Verf.) entspricht. (...) Die Varianz eines Merkmals erfaßt die durchschnittliche, quadrierte Abweichung aller Meßwerte des Merkmals x . Die Kovarianz (hingegen, d.Verf.) erfaßt das durchschnittliche Produkt korres-

pondierender Abweichungen der Meßwerte von den Mittelwerten der Merkmale x und y." ¹⁸

Alle nachfolgenden Berechnungen werden entsprechend den Ausführungen von Bortz vorgenommen. ¹⁹

Zur Berechnung der Kovarianz verwende ich nachfolgende, allgemeine Gleichung:

$$\text{cov}(x, y) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})}{n}$$

Die nachfolgend ermittelten Kovarianzen sind noch nicht geeignet, die Ergebnisse der Regressionsanalysen zu verifizieren. Grund dafür sind die verschiedenen Maßstäbe der Merkmalsausprägungen *Globalstrahlung* und *Sonnenstunden*.

Allerdings sind die Kovarianzwerte sozusagen eine *notwendig Bedingungen* für die abschließende Verifikation durch Korrelationsanalysen.

Kovarianz für die Langzeitwerte (bis 2010)

Die für die Kovarianzrechnung der Langzeitwerte aufbereiteten Daten sind in nachfolgender Tabelle dargestellt:

| i | x_{ii} | y_{ii} | $x_{ii} - x_{MwI}$ | $y_{ii} - y_{MwI}$ | $(x_{ii} - x_{MwI}) * (y_{ii} - y_{MwI})$ |
|-----------|-------------|-------------|--------------------|--------------------|-------------------------------------------|
| Januar | 28 | 2,2 | -65,1 | -2,7 | 174,1 |
| Februar | 48 | 3,4 | -45,1 | -1,5 | 66,5 |
| März | 83 | 4,6 | -10,1 | -0,3 | 2,8 |
| April | 121 | 6,7 | 27,9 | 1,8 | 50,9 |
| Mai | 153 | 7 | 59,9 | 2,1 | 127,3 |
| Juni | 163 | 7,9 | 69,9 | 3,0 | 211,5 |
| Juli | 168 | 7,3 | 74,9 | 2,4 | 181,7 |
| August | 143 | 6,7 | 49,9 | 1,8 | 91,1 |
| September | 98 | 5,5 | 4,9 | 0,6 | 3,1 |
| Oktober | 58 | 3,5 | -35,1 | -1,4 | 48,2 |
| November | 31 | 2 | -62,1 | -2,9 | 178,5 |
| Dezember | 23 | 1,7 | -70,1 | -3,2 | 222,5 |
| Σ | 1117 | 58,5 | 0 | 0 | 1358,2 |

Tabelle 10: Daten zur Kovarianzermittlung der Langzeitwerte

¹⁸ Bortz (1989), S. 248 ff.

¹⁹ Bortz (1989), S. 248 ff.

$$\text{cov}(x_l, y_l) = \frac{1358,2}{12}$$

$$\text{cov}(x_l, y_l) = 113,18$$

Kovarianz für die Kurzzeitwerte (2011)

Analog folgen die Daten zur Kovarianzrechnung für die Jahresbetrachtung 2011:

| i | x_{ik} | y_{ik} | $x_{ik} - x_{MwK}$ | $y_{ik} - y_{MwK}$ | $(x_{ik} - x_{MwK}) * (y_{ik} - y_{MwK})$ |
|-----------|----------|----------|--------------------|--------------------|-------------------------------------------|
| Januar | 28 | 1,3 | -75,4 | -3,3 | 248,2 |
| Februar | 45 | 1,9 | -58,4 | -2,7 | 157,2 |
| März | 103 | 5,4 | -0,4 | 0,8 | -0,3 |
| April | 160 | 7,1 | 56,6 | 2,5 | 141,9 |
| Mai | 188 | 6,9 | 84,6 | 2,3 | 195,2 |
| Juni | 151 | 3,9 | 47,6 | -0,7 | -32,9 |
| Juli | 153 | 5,7 | 49,6 | 1,1 | 55,0 |
| August | 160 | 7,4 | 56,6 | 2,8 | 158,9 |
| September | 115 | 6,7 | 11,6 | 2,1 | 24,4 |
| Oktober | 75 | 5,4 | -28,4 | 0,8 | -23,0 |
| November | 45 | 2,3 | -58,4 | -2,3 | 133,9 |
| Dezember | 18 | 1,1 | -85,4 | -3,5 | 298,2 |
| Σ | 1241 | 55,1 | 0 | 0 | 1356,8 |

Tabelle 11: Daten zur Kovarianzermittlung der Kurzzeitwerte

$$\text{cov}(x_k, y_k) = \frac{1356,8}{12}$$

$$\text{cov}(x_k, y_k) = 113,06$$

Interpretation der Kovarianzen

Zur Interpretation der Kovarianz greife ich auf Ludwig-Mayerhofer zurück:

"Die Kovarianz ist eine Maßzahl für die 'gemeinsame Varianz' (im Sinne von: 'miteinander Variieren') zweier Variablen. Grundsätzlich gilt:

- **Positiver Zusammenhang:** Hohe Werte in der einen Variablen treten tendenziell gemeinsam mit hohen Werten in der anderen Variablen auf, niedrige mit niedrigen => positives Vorzeichen.
- **Negativer Zusammenhang:** Hohe Werte in der einen Variablen treten tendenziell gemeinsam mit niedrigen Werten in der anderen Variablen auf, bzw. niedrige in der einen mit hohen in der anderen => negatives Vorzeichen.
- **Null:** Es besteht kein Zusammenhang zwischen den Werten der einen und denen der anderen Variablen.

Da der Betrag der Kovarianz vom Maßstab der untersuchten Variablen abhängt, informiert die Kovarianz nur über die Richtung des Zusammenhangs, nicht dessen Stärke." ²⁰

Beide errechneten Kovarianzen ($\text{cov}(x_i, y_i) = 113,18$, $\text{cov}(x_k, y_k) = 113,06$) zeigen durch ihr Vorzeichen einen positiven Zusammenhang.

2.5 Verifikation durch Korrelationsanalysen

Den Abschluß der statistischen Untersuchung – und somit das *Schließen des Modellzyklus* – bildet nachfolgende Korrelationsanalyse.

"Der Korrelationskoeffizient (auch: [Bravais-]Pearsonscher Korrelationskoeffizient oder Produkt-Moment-Korrelation) ist die standardisierte Kovarianz (...)

r kann Werte zwischen -1 (perfekter negativer linearer Zusammenhang) und +1 (perfekter positiver linearer Zusammenhang) annehmen. (...)

Hinweise:

- So hohe Korrelationen treten im echten (sozialwissenschaftlichen) Leben fast nie auf! Man kann bereits ab $|0,3|$ von einer mäßigen, ab $|0,5|$ von einer starken Korrelation sprechen (Konvention).
- r wird in aller Regel auf nicht mehr als zwei Nachkommastellen genau angegeben." ²¹

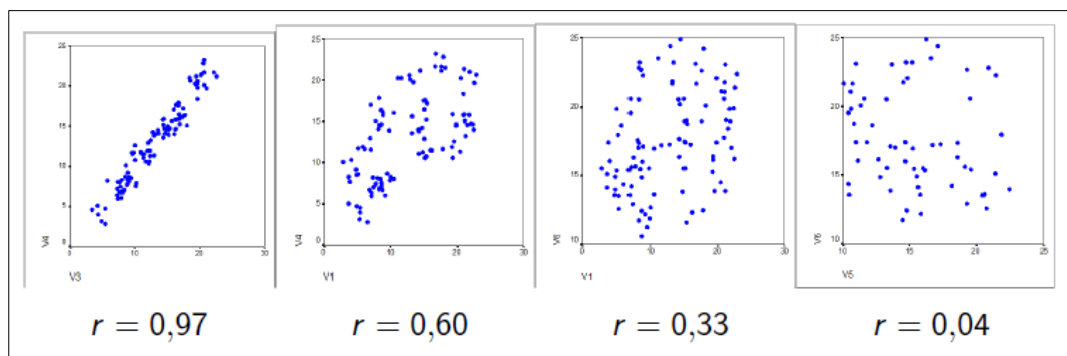


Abbildung 10: Streudiagramme (Beispiele) für positive Korrelationen

(Quelle: Ludwig-Mayerhofer, S. 18)

²⁰ Ludwig-Mayerhofer (o.J.), S.10

²¹ Ludwig-Mayerhofer (o.J.), S. 16f.

Vor Berechnung der Korrelationen müssen noch die einzelnen Standardabweichungen ermittelt werden.

"Die Summe aller quadrierten Abweichungen der einzelnen Meßwerte vom arithmetischen Mittel, dividiert durch die Anzahl aller Meßwerte, ergibt (zunächst, d.Verf.) die Varianz.

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

(...) Da ein solches Maß nur schwer interpretierbar ist, wird die Quadrierung wieder rückgängig gemacht, indem die Wurzel aus der Varianz berechnet wird. Der positive Wert dieser Wurzel wird als *Standardabweichung* (oder kurz als *Streuung*) bezeichnet." ²²

Dazu stellt Bortz die folgende Formel zur Verfügung: ²³

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

Die nachfolgende Korrelationsrechnung führe ich ebenfalls nach den Ausführungen von Bortz durch: ²⁴

Der jeweilige Korrelationskoeffizient r wird als Quotient der entsprechenden Kovarianz ($cov_{(x,y)}$) im Zähler, und dem Produkt der jeweiligen Streuungen im Nenner ($s_x * s_y$) gebildet:

$$r = \frac{cov(x, y)}{s_x * s_y}$$

Auf der nächsten Seite sind alle für die Korrelationsrechnung notwendigen Werte tabellarisch aufbereitet.

²² Bortz (1989), S. 56

²³ Bortz (1989), S. 56

²⁴ Bortz (1989), S. 248ff.

Korrelation für die Langzeitwerte (bis 2010)

| | |
|-------------------------------|--------|
| $\Sigma (x_{il} - x_{MWl})^2$ | 33753 |
| $\Sigma (y_{il} - y_{MWl})^2$ | 56 |
| s_{xl} | 53,03 |
| s_{yl} | 2,16 |
| n | 12 |
| $\text{cov}(x_l, y_l)$ | 113,18 |

Tabelle12: Daten zur Korrelationsrechnung der Langzeitwerte

$$r_l = \frac{113,18}{53,03 * 2,16}$$

$$r_l = 0,98$$

Korrelation für die Kurzzeitwerte (2011)

| | |
|-------------------------------|--------|
| $\Sigma (x_{ik} - x_{MWk})^2$ | 39031 |
| $\Sigma (y_{ik} - y_{MWk})^2$ | 62 |
| s_{xk} | 57,03 |
| s_{yk} | 2,27 |
| n | 12 |
| $\text{cov}(x_k, y_k)$ | 113,06 |

Tabelle 13: Daten zur Korrelationsrechnung der Kurzzeitwerte

$$r_k = \frac{113,06}{57,03 * 2,27}$$

$$r_k = 0,87$$

Somit ist jeweils der Nachweis einer starken, positiven Korrelation erbracht.

2.6 Zusammenfassung

In der vorangegangenen Arbeit habe ich durch statistische Methoden einen Zusammenhang zwischen den vom Deutschen Wetterdienst erhobenen Globalstrahlungsdaten und den Wetteraufzeichnungen der Wetterwarte Neresheim untersucht.

Mein Forschungsdesign habe ich dabei in den Kontext eines *Modellbildungszyklus* gestellt. Dabei wurden – ausgehend von einem *realen Problem* (Zusammenhang der verschiedenen, erhobenen Daten) – über die *Bildung von Modellen* (Hypothesen) mathematische Lösungen mit Hilfe der linearen Regression gefunden.

Über Varianzanalysen und der anschließenden Berechnung von Korrelationskoeffizienten konnten die *mathematischen Lösungen* schließlich *validiert* werden.

3. Ergebnis

Die eingangs formulierte *Alternativhypothese* (H_1) "**Die Anzahl der täglich aufgezeichneten Sonnenstunden ist abhängig vom Grad der Globalstrahlung in der Region.**" kann nach vorliegenden Ergebnissen voll bestätigt werden.

Sowohl der Korrelationskoeffizient für die *Langzeituntersuchung* $r_l = 0,98$, wie auch der Koeffizient für die *Kurzzeituntersuchung* $r_k = 0,87$ zeigen eine signifikant hohe positive Korrelation. Der erste Wert ($r_l=0,98$) zeigt in seiner Nähe zum Höchstwert +1 fast einen kausalen Zusammenhang zwischen den untersuchten Variablen

Die Nullhypothese (H_0) "**Zwischen der täglichen Anzahl von Sonnenstunden und der entsprechenden Globalstrahlung besteht kein Zusammenhang.**" kann somit verworfen werden.

Praktische Bedeutung

Durch den statistisch-mathematischen Nachweis kann die Erhebung der täglichen Sonnenstunden in der Wetterwarte Neresheim mithilfe eines Sonnenscheinauto-graphen als meßtechnisch korrekt postuliert werden. Diese Aussage wird darüber hinaus durch die hohe Genauigkeit der Pyranometermessungen des DWD (Meßfehler ca. 3%) gestützt.

Literaturverzeichnis

Bibliographisches Institut & F.A. Brockhaus AG (2008): Der Brockhaus Multimedial 2008, Mannheim 2008.

Bortz, Jürgen (1989): Statistik, Für Sozialwissenschaftler, 3. Auflage, Springer-Verlag Berlin 1989.

Deutscher Wetterdienst – Klima- und Umweltberatung (o.J.): Globalstrahlung – Die Energie der Sonne, Broschüre (1.500 / 05.2012), Hamburg (o.J.).

Engelhardt, Ottmar (1999): Neresheim und das Härtsfeld (3. Auflage 1999), zit.n. **Touristikgemeinschaft Gastliches Härtsfeld e.V.**, <http://www.haertsfeld.de/lage/>, abgerufen am 26.03.2013.

Institut für Elektrische Energietechnik an der Technischen Universität Berlin (1999): ILSE – Das interaktive Lernsystem für erneuerbare Energien, <http://www.user.tu-berlin.de/h.gevrek/ordner/ilse/solar/>, abgerufen am 28.03.2013.

Ludwig-Mayerhofer, Wolfgang (o.J.): Kovarianz und Korrelation (Vorlesungsskript), Seminar für Sozialwissenschaften – Philosophische Fakultät – Universität Siegen, Siegen (o.J.)

Papula, Lothar (2011): Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler (Band 3), 6. Auflage, Wiesbaden 2011.

Phillip, Gerhard / Mersin, Dilek / Pfeiffer, Hans (o. J.): Das Praxis Handbuch zu Office 2010, Düsseldorf o. J.

Rüdiger, Klaus (2010): Anleitung für die Erstellung von Master-, Bachelor-, Seminar- und Hausarbeiten, Hochschule Aalen, Studiengang Wirtschaftsingenieurwesen, Aalen Juni 2010.

Wekemann, Guido (o.J.): Sonnenscheinschreiber – Eine preiswerte Ergänzung für Wetterstationen, in: **Lipps, Wolfgang (Hrsg.):** Praxisheft 7 für Amateurfunk und Elektronik in Schule und Freizeit, Arbeitskreis Amateurfunk & Telekommunikation in der Schule e.V., Harsum 1998

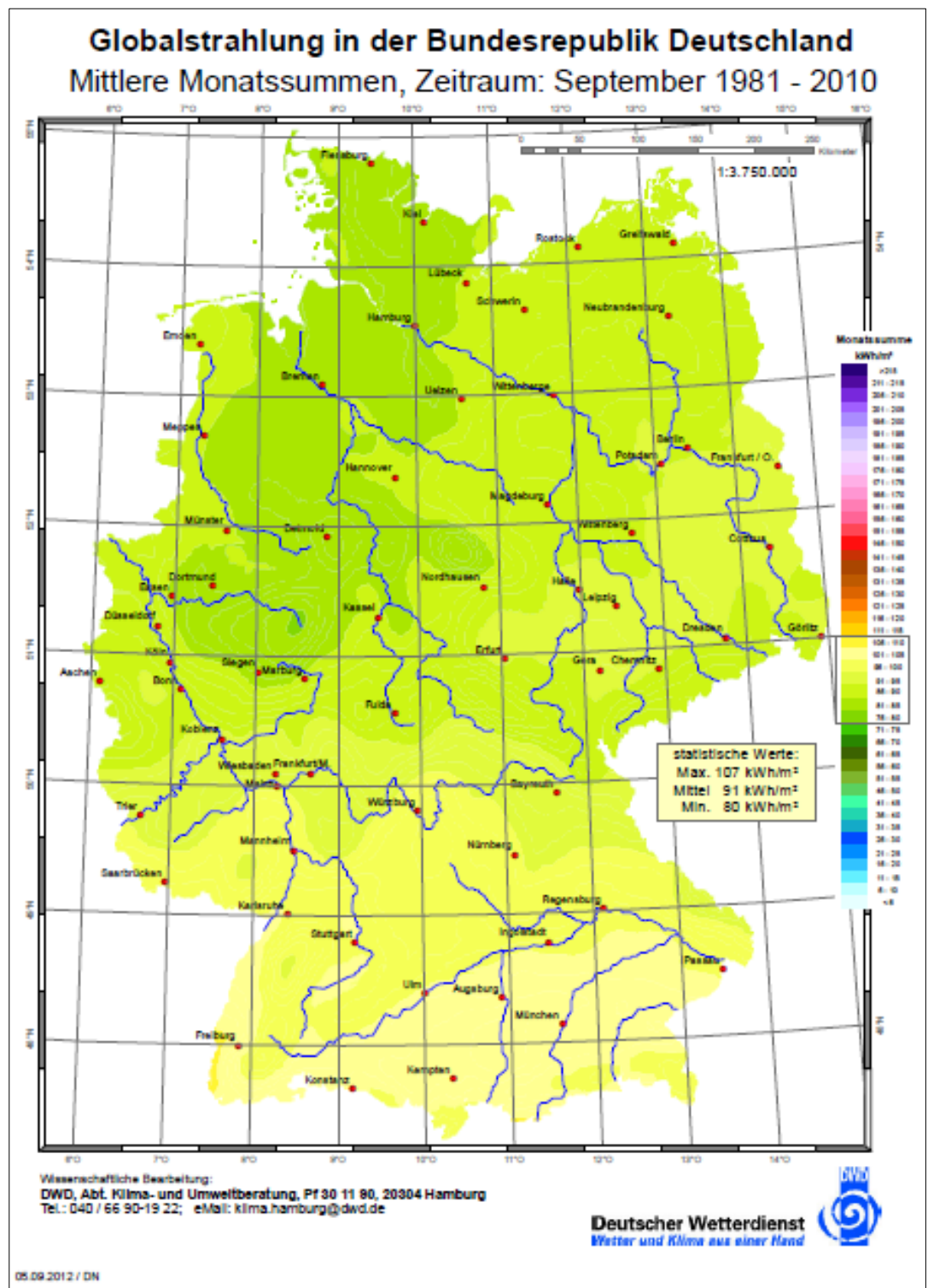
Anhang 1

| | Januar | Februar | März | April | Mai | Juni | Juli | August | September | Oktober | November | Dezember |
|---------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 1996 | 0,94 | kein Wert | 5,87 | 6,8 | 7,24 | 9,93 | 8,23 | 6,35 | 4,47 | 3,29 | 2,2 | 2,39 |
| 1997 | 1,54 | 3,93 | 3,77 | 7,76 | 8,94 | 6,33 | 5,9 | 8,26 | 8,64 | 3,6 | 2,4 | 1,13 |
| 1998 | 3,07 | 4,54 | 4,97 | 5,36 | 7,35 | 6,93 | 5,1 | 7,19 | 4,34 | 2,29 | 1,33 | 2,06 |
| 1999 | 2,68 | 2,36 | 3,87 | 5,56 | 6,13 | 6,1 | 7,19 | 6,68 | 6,26 | 4,06 | 1,9 | 1,81 |
| 2000 | 2,18 | 3,59 | 3,61 | 6,17 | 7 | 9,6 | 6,01 | 6,77 | 4,15 | 1,61 | 1,82 | 1,1 |
| 2001 | 2,79 | 3,5 | 2,61 | 4,67 | 7,71 | 6,56 | 8,03 | 8 | 2,87 | 4,29 | 2,4 | 2,39 |
| 2002 | 2,79 | 3,07 | 5,74 | 6,3 | 6,23 | 9,33 | 7 | 6,94 | 5,84 | 3,42 | 1,07 | 1,06 |
| 2003 | 2,19 | kein Wert | 6,65 | 8,27 | 7,78 | 10,33 | 9,23 | 9 | 7,84 | 4,85 | 2,43 | 2,5 |
| 2004 | 1,79 | 4,28 | 5,13 | 8,1 | 7,19 | 7,9 | 7,29 | 7,06 | 6,52 | 3,06 | 1,83 | 1,29 |
| 2005 | 2,56 | 2,79 | kein Wert | 8,1 | 7,9 | 8,67 | 6,19 | 5,78 | 6,4 | 4,31 | 2,15 | 1,61 |
| 2006 | 2,82 | 2,89 | 3,29 | 4,43 | 6,32 | 8,6 | 9,74 | 3,97 | 6,17 | 4,61 | 2,3 | 2,53 |
| 2007 | 1,63 | 2,67 | 4,83 | 10,53 | 8 | 7,97 | 7,61 | 6,81 | 4,93 | 4,27 | 1,9 | 1,9 |
| 2008 | 2,42 | 5,93 | 4,52 | 4,23 | 8,39 | 7,33 | 7,45 | 6,61 | 4,13 | 3,29 | 3,3 | 2,02 |
| 2009 | 2,84 | 2,64 | 4,19 | 6,77 | 6,07 | 6,9 | 6,77 | 7,9 | 5,83 | 2,82 | 2,27 | 1,35 |
| 2010 | 1,23 | 2,43 | 5,26 | 7 | 3,13 | 6,33 | 7,74 | 3,77 | 4,33 | 3,31 | 1,27 | 0,84 |
| 2011 | 1,32 | 1,93 | 5,36 | 7,1 | 6,87 | 3,93 | 5,68 | 7,35 | 6,7 | 5,42 | 2,33 | 1,13 |
| Durchschnitt | 2,2 | 3,3 | 4,6 | 6,7 | 7,0 | 7,7 | 7,2 | 6,8 | 5,6 | 3,7 | 2,1 | 1,7 |

Mittlere Sonnenstunden von Januar 1996 – Dezember 2011

(Quelle: Rolf Ulsamer, Andreas Holl & Stephan Markel, Hochschule Aalen, WS 12/13, IDM1)

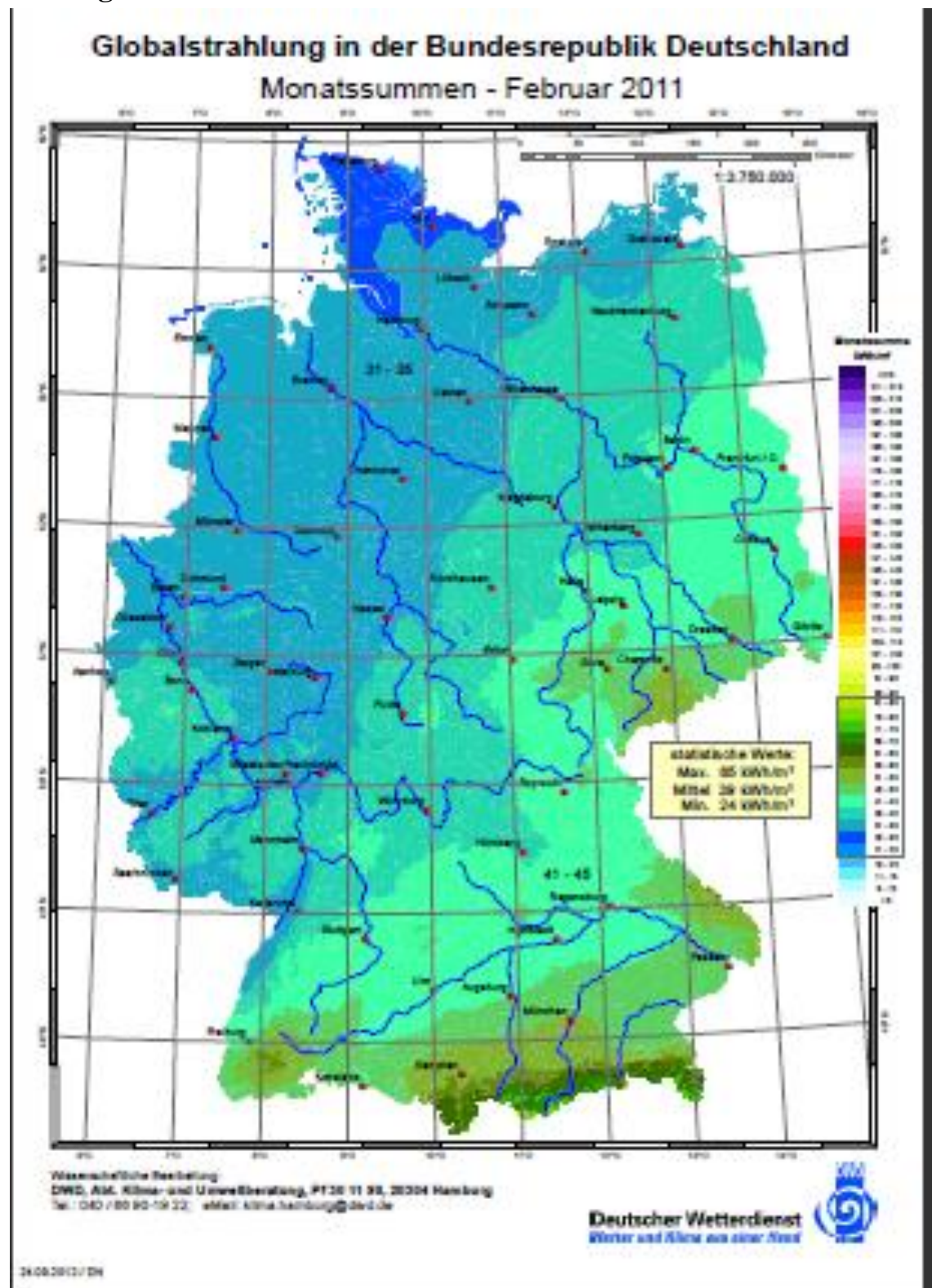
Anhang 2



Globalstrahlungskarte der Monate September von 1981 – 2010
(Langzeitwerte)

(Quelle: www.dwd.de)

Anhang 3



Globalstrahlungskarte des Monats Februar 2011 (Kurzzeitwerte)

(Quelle: www.dwd.de)